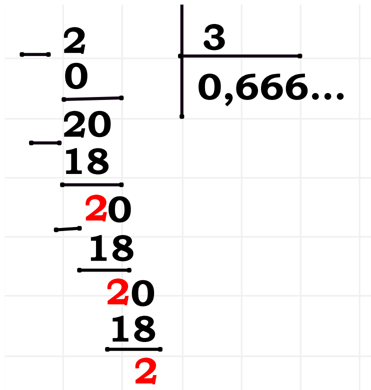
Тема. Бесконечные периодические десятичные дроби

Итак, мы знаем, что если знаменатель несократимой дроби $\frac{p}{q}$ имеет простой множитель (делитель), отличный от 2 и 5, то эта дробь не разлагается в конечную десятичную дробь. Поэтому при делении числителя этой дроби на знаменатель уголком не может получиться конечная десятичная дробь и мы получим бесконечную десятичную дробь

Примеры 1.

1) Разложите в десятичную дробь число: $\frac{2}{3}$.

1. Сократима ли дробь?
2. Смотрим на знаменатель несократимой дроби, он имеет простой делитель 3, отличный от 2 и 5, то эта дробь заведомо не разлагается в конечную десятичную дробь.
3. Разделим числитель на знаменатель уголком.
4. На каждом этапе вычисления получается один и тот же остаток 2. Процесс этот бесконечен. Он приводит к выражению 0,666…, где точки означают, что цифра 6 повторяется бесконечно много раз.



Это повторяющееся число называется периодом дроби

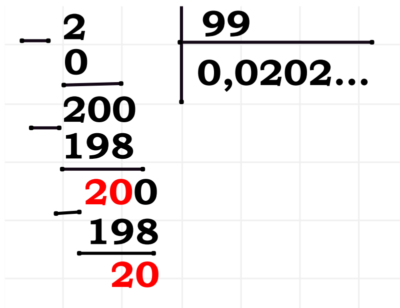
Записывают так: $\frac{2}{3} = 0{,}666... = 0,(6)$.

Читают так: «нуль целых и шесть в периоде».

Говорят, что число $\frac{2}{3}$ представлено в виде периодической дроби $0,(6)$.

2) Разложите в десятичную дробь число $\frac{2}{99}$.

1. Сократима ли дробь?
2. Смотрим на знаменатель несократимой дроби, он имеет простой делитель 3 и 11, отличный от 2 и 5, то эта дробь заведомо не разлагается в конечную десятичную дробь.
3. Разделим числитель на знаменатель уголком.
4. На каждом этапе вычисления получается один и тот же остаток 20. Процесс этот бесконечен. Он приводит к выражению 0,0202…, где точки означают, что цифры 0 2 повторяются бесконечно много раз.



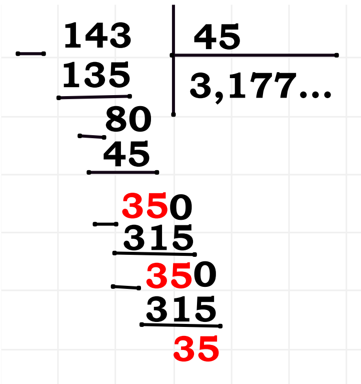
$\frac{2}{99} = 0{,}0202... = 0,(02)$.

Читают: «нуль целых и нуль два в периоде». Цифры 0 2 называют периодом дроби $0,(02)$.

Говорят, что число $\frac{2}{99}$ представлено в виде периодической дроби $0,(02)$.

3) Разложите в десятичную дробь число $\frac{143}{45}$.

1. Сократима ли дробь?
2. Смотрим на знаменатель несократимой дроби, он имеет простой делитель 3, отличный от 2 и 5, то эта дробь заведомо не разлагается в конечную десятичную дробь.
3. Разделим числитель на знаменатель уголком.
4. На каждом этапе вычисления получается один и тот же остаток 35. Процесс этот бесконечен. Он приводит к выражению 3,177…, где точки означают, что цифра 7 повторяется бесконечно много раз.



$$\frac{143}{45} = 3{,}177... = 3{,}1(7).$$

Читают: «три целых, одна десятая, и семь в периоде». Цифра 7 называет периодом дроби $3{,}1(7)$.

Говорят, что число $\frac{143}{45}$ представлено в виде периодической дроби $3{,}1(7)$.

Определение. Бесконечные десятичные дроби, в которых одна или несколько цифр неизменно повторяются в одной и той же последовательности, называются *периодическими* десятичными дробями. Совокупность повторяющихся цифр называется *периодом* этой дроби.

Если поставить перед положительной периодической дробью знак « – », то получим отрицательную периодическую дробь.

Примеры 2. Разложите в десятичную дробь число:

1) $-\frac{2}{3} = -0{,}666... = -0,(6);$

2) $-\frac{2}{99} = -0{,}0202... = -0,(02);$

3) $-\frac{143}{45} = -3{,}177... = -3{,}1(7).$

<u>Вообще</u>, если числитель положительной несократимой дроби разделить на её знаменатель уголком, то в частном получится либо конечное, либо бесконечное периодическое её десятичное разложение.

Любое рациональное число $\frac{p}{q}$ разлагается в периодическую дробь.

<u>Убедимся в этом на примерах.</u>

<u>Примеры 3</u>. Разложите в десятичную дробь число:

1) $27 = \frac{27}{1} = 27{,}000... = 27{,}(0)$;

2) $-3\frac{1}{10} = -3{,}1 = -3{,}1000... = -3{,}1(0)$;

3) $0 = 0{,}000... = 0{,}(0)$.

Приписывая к целому числу (после запятой) или к конечной десятичной дроби бесконечно много нулей, мы превращаем их в равные им бесконечные периодические десятичные дроби с периодом 0.

<u>Следовательно</u>, любое целое число и любую конечную десятичную дробь можно считать периодической дробью с периодом 0.

<u>Рассмотрим число 0, 5743078...</u> В этом числе после запятой никакая группа цифр не повторяется, т.е. не является периодом. Это - бесконечная непериодическая десятичная дробь. Таких чисел очень много и они не могут представлены в виде $\frac{p}{q}$ и, поэтому, не являются рациональными. **<u>Такие числа называются иррациональными (нерациональными).</u>**

А вместе рациональные и иррациональные числа образуют множество действительных чисел.